31.10.2018

KODLAMA TEORİSİ I QUİZ SORULARI

1) C, 5 uzunluğunda $\mathbb{F}_2$ üzerinde tanımlı tekrar kodu olmak üzere ikili simetrik bir kanalda iletilen her sembolün hatalı alınmış olması olasılığı p olsun. Bu durumda $(\bar{0},\bar{0},\bar{0},\bar{0},\bar{0})$ vektörünün iletimi sonucunda alınan vektörün $(\bar{0},\bar{0},\bar{0},\bar{0},\bar{0})$ olarak <u>dekodlanmaması</u> olasılığını bulunuz.

2) H, $\mathbb{F}_q$ üzerinde tanımlı $r \times n$ mertebeden bir matris olsun.

$$C = \{(x_1, x_2, \dots, x_n) \in \mathbb{F}_q^n : [x_1\, x_2 \dots x_n].H^T = [0\, 0 \dots 0]\}$$

bir lineer koddur. Gösteriniz.

BAŞARILAR

CEVAPLAR

1) $C = \{(\bar{0},\bar{0},\bar{0},\bar{0},\bar{0}), (\bar{1},\bar{1},\bar{1},\bar{1},\bar{1})\}$

C, bir $(5,2,5)$- koddur.

$d = 5 = 2t+1 \Rightarrow t = 2$

Gönderilen	Alınan	
$(\bar{0},\bar{0},\bar{0},\bar{0},\bar{0})$	$(\bar{0},\bar{0},\bar{0},\bar{0},\bar{0})$	Hata yok
	$(\bar{1},\bar{0},\bar{0},\bar{0},\bar{0})$	Tek hata
	$(\bar{0},\bar{1},\bar{0},\bar{0},\bar{0})$	
	$(\bar{0},\bar{0},\bar{1},\bar{0},\bar{0})$	
	$(\bar{0},\bar{0},\bar{0},\bar{1},\bar{0})$	
	$(\bar{0},\bar{0},\bar{0},\bar{0},\bar{1})$	
	$(\bar{1},\bar{1},\bar{0},\bar{0},\bar{0})$	iki hata
	$\vdots$	
	$(\bar{0},\bar{0},\bar{0},\bar{1},\bar{1})$	

$(\bar{0},\bar{0},\bar{0},\bar{0},\bar{0})$ kod sözcüğünün $(\bar{0},\bar{0},\bar{0},\bar{0},\bar{0})$ olarak dekodlanması olasılığı

$$P = (1-p)^5 + \binom{5}{1} p (1-p)^4 + \binom{5}{2} p^2 (1-p)^3$$

$$= 1 - 10p^3 + 15p^4 - 6p^4$$

Bu durumda $(\bar{0},\bar{0},\bar{0},\bar{0},\bar{0})$ kod sözcüğünün $(\bar{0},\bar{0},\bar{0},\bar{0},\bar{0})$ olarak dekodlanmaması olasılığı

$$Q = 1 - P = 10p^3 - 15p^4 + 6p^4$$

olarak bulunur.

2) i) $x = (\bar{0},\bar{0},\ldots,\bar{0})$ olmak üzere

$$[0 0 \cdots 0] \cdot H^T = [0 0 \cdots 0]$$

olduğundan $x \in C$ dir ve $C \neq \emptyset$ dir.

ii) $\forall x, y \in C$ için $x+y \in C$ mi?

$$x \in C \Rightarrow [x_1\ x_2 \cdots x_n] \cdot H^T = [0 0 \cdots 0]$$

$$y \in C \Rightarrow [y_1\ y_2 \cdots y_n] \cdot H^T = [0 0 \cdots 0]$$

$x+y = (x_1+y_1, x_2+y_2, \ldots, x_n+y_n)$ şeklindedir.

$$[x_1+y_1\ \ x_2+y_2\ \cdots\ x_n+y_n] \cdot H^T = \left([x_1\ x_2 \cdots x_n] + [y_1\ y_2 \cdots y_n]\right) \cdot H^T$$

$$= [x_1\ x_2 \cdots x_n] \cdot H^T + [y_1\ y_2 \cdots y_n] \cdot H^T$$

$$= [0 0 \cdots 0] + [0 0 \cdots 0] = [0 0 \cdots 0]$$

$$\therefore\ x+y \in C$$

iii) $\forall \alpha \in \mathbb{F}_q,\ \forall x \in C$ için $\alpha \cdot x \in C$ mi?

$$x \in C \Rightarrow [x_1\ x_2 \cdots x_n] \cdot H^T = [0 0 \cdots 0]$$

$\alpha x = (\alpha x_1, \alpha x_2, \ldots, \alpha x_n)$ şeklindedir.

$$[\alpha x_1\ \alpha x_2 \dots \alpha x_n] \cdot H^T = \alpha \cdot [x_1\ x_2 \dots x_n] \cdot H^T$$

$$= \alpha \cdot [0\ 0 \dots 0]$$

$$= [0\ 0 \dots 0]$$

$\therefore\ \alpha x \in C$

$\therefore$ C bir lineer koddur.